

**1** 【必須問題】（得点 35点）

次の各問いの解答欄  ～  にあてはまる符号，数字を記入せよ。

【1】

$x$  についての2次方程式

$$x^2 + (k-2)x - k^2 + 2 = 0 \dots\dots \textcircled{1} \text{ がある。}$$

ただし， $k$  は実数である。

①が  $k=3$  を満たすとき， $x = \frac{\text{アイ} \pm \sqrt{\text{ウエ}}}{2}$  である。

また，

重解をもつとき，

$$k = \frac{\text{オ} \pm \text{カ} \sqrt{\text{キ}}}{5} \text{ であり，}$$

異符号の解をもつとき，実数  $k$  の範囲は

$$k < \text{ク} \sqrt{\text{ケ}} \text{ , } \sqrt{\text{コ}} < k \text{ である。}$$

さらに，

①が実数解をもたないとき，整数  $k$  の値は

$$k = \text{サ} \text{ , } \text{シ} \text{ である。}$$

ただし， $\text{サ} < \text{シ}$  とする。

【2】

実数  $a$  に関する条件  $p, q, r$  を次のように定める。

$$p : a^2 - 3a \geq 4$$

$$q : a^2 - 12a + 35 \leq 0$$

$$r : a > 0$$

次の  ,  ,  に当てはまるものを下の ①～⑧のうちから一つずつ選べ。

命題「 $q$ ならば $p$ 」は  である。

$p$  は  $r$  であるための  である。

$\bar{q}$  は  $\bar{r}$  であるための  である。

- ① 真    ② 偽    ③ 真偽不明    ④ 逆    ⑤ 裏  
 ⑥ 必要十分条件である    ⑦ 必要条件である    ⑧ 十分条件である  
 ⑨ 必要条件でも十分条件でもない

【3】

$a$  を定数とし、2次関数  $f(x)$  を

$$f(x) = -x^2 + 4ax - 3a^2 + a - 6 \text{ とする。}$$

$y = f(x)$  の頂点の座標は  $(\text{タ} a, a^2 + a - \text{チ})$  であり、

$$\text{頂点は、放物線 C: } y = \frac{\text{ツ}}{\text{テ}} x^2 + \frac{\text{ト}}{\text{ナ}} x - \text{ニ} \text{ 上にある。}$$

さらに、放物線 C を  $x$  軸方向に 2,  $y$  軸方向に  $-1$  平行移動したとき、

$x$  軸で切り取られる線分の長さは  $\text{ヌ} \sqrt{\text{ネノ}}$  である。

**2** 【必須問題】 (得点 25点)

次の問いの解答欄  ~  にあてはまる数字を記入せよ。

$AB = 8$ ,  $BC = 5$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$  の  $\triangle ABC$  がある。  
 頂点  $C$  から辺  $AB$  に垂線を下した足を  $H$  とするとき、

$$BH = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \quad CA = \text{ウ} \text{ であり,}$$

$$\triangle ACH \text{ の面積 } S \text{ は, } S = \frac{\text{エオ} \sqrt{3}}{\text{カ}} \text{ である。}$$

また、

$\triangle ABC$  の外接円上の点  $B$  を含まない弧  $CA$  上に  $AP = CP$  を満たす点  $P$  をとり、線分  $AC$  と線分  $BP$  との交点を  $Q$  とする。

$$AP \text{ の長さは } \frac{\text{キ}}{\sqrt{\text{ク}}} \text{ であり,}$$

$\triangle ABC$  の面積と  $AP = CP$  から、

$$BQ \text{ の長さは } \frac{\text{ケコ} \sqrt{3}}{\text{サシ}} \text{ である。}$$

$\angle BCP = \theta$  とおくと、

$$\triangle BCP \text{ より, } BP^2 = \frac{\text{スセソ}}{\text{タ}} - \frac{\text{チツ}}{\sqrt{\text{テ}}} \cos \theta$$

が成り立つので、

$$BP \text{ の長さは } \frac{\text{トナ}}{\sqrt{\text{ニ}}} \text{ である。}$$

【選択問題】    のいずれか 2 題を選択しなさい。

**3** 【選択問題】 (得点 20点)

次の問いの解答欄  ~  にあてはまる数字を記入せよ。

袋の中に  から  までのカード 1 枚ずつある。

この中から同時に 2 枚のカードを取り、元に戻さないで続けて 2 枚ずつカードを取っていく作業を行う。

この作業が終わるまでの取り出し方は全部で  通りあり、

最初の 2 枚のカードがともに奇数である確率は  $\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$  である。

また、

最初の 2 枚のカードがともに奇数で、次に取った 2 枚がともに

偶数である確率は  $\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$  である。

最初の 2 枚のカードがともに奇数であるもとで、

次に取った 2 枚がともに偶数である条件付き確率は  $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$  である。

4 【選択問題】 (得点 20点)

次の問いの解答欄  ~  にあてはまる数字を記入せよ。

$k$  を自然数として、

504 の約数の個数は  個あり、

$504k$  が平方数になるような最小の  $k$  は  である。

また、

504 と 270 の最大公約数は  であり、

$x$  を自然数、 $y$  を整数とするとき

$504x + 270y =$   を満たす最小の自然数  $x$  は  である。

5 【選択問題】 (得点 20点)

次の問いの解答欄  ~  にあてはまる数字を記入せよ。

円に内接する四角形  $ABCD$  があり, 対角線  $AC$  と  $BD$  の交点を  $P$  とする。

$AP = 4$ ,  $BP = 3$ ,  $CP = \frac{9}{2}$  のとき,

方べきの定理より

$DP =$   であり

$\triangle ABP$  と  $\triangle CDP$  の面積比は,

$\triangle ABP : \triangle CDP =$   :  である。

また,

$CD$  を  $3 : 2$  に内分する点を  $Q$  とし, 線分  $AQ$  と線分  $BD$  の交点を  $R$  とすると

メネラウスの定理より,  $PR : RD =$   :  であり,

$BP : PR =$   :  である。