試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

２０２２年度　佐久大学　一般選抜（前期）

『 数　学 』

（２０２２年 2月 7日　実施）

【 注 意 事 項 】

1. この試験問題の解答時間は５０分です。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはシャープペンシルで記入してください。
3. 試験監督者の指示に従って、この問題冊子の表紙と解答用紙の指定欄に受験番号と氏名を記入及びマークしてください。
4. メモ等には問題冊子の余白や裏面を利用してください。
5. 問題 $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ は選択問題です。２題選択し、解答用紙へ選択した問題番号を記入・マークし解答して下さい。
6. 解答時間中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて試験監督者に知らせてください。
7. 問題を読む際、声を出したり、音を立てたりしてはいけません。
8. この問題冊子は持ち帰ってはいけません。

受験番号		氏 名	

第 1 問【必須問題】（得点　35 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{テ}}$ にあてはまる符号, 数字を記入しなさい。

【１】

$a=\sqrt{17}-\sqrt{10}$ とおく。

$$(\sqrt{17}-\sqrt{10})(\sqrt{17}+\sqrt{10})=\boxed{\text{ア}}$$

である。$\sqrt{17}$ の整数部分は $\boxed{\text{イ}}$ で，$\sqrt{10}$ の整数部分は $\boxed{\text{ウ}}$ なので,

$$\boxed{\text{エ}}<a<\boxed{\text{エ}}+1$$

であることがわかる。このとき，3 つの値 a，$\dfrac{1}{a}$，$\sqrt{a}$ の大小関係は $\boxed{\text{オ}}$ である。

$\boxed{\text{オ}}$ の選択肢

⓪ $a<\dfrac{1}{a}<\sqrt{a}$　① $a<\sqrt{a}<\dfrac{1}{a}$　② $\dfrac{1}{a}<a<\sqrt{a}$

③ $\dfrac{1}{a}<\sqrt{a}<a$　④ $\sqrt{a}<a<\dfrac{1}{a}$　⑤ $\sqrt{a}<\dfrac{1}{a}<a$

また，2 次不等式

$$4x^2-4\sqrt{17}x+7<0$$

の整数解の個数は $\boxed{\text{カ}}$ 個である。

【２】

x，y を実数とし，集合

A＝{2，4，x}

B＝{5，y}

C＝{1，$x+y$}

を考える。

次の $\boxed{\text{キ}}$, $\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{ケ}}$ にあてはまるものを下の⓪～⑦のうちからそれぞれ 1 つずつ選びなさい。

$x \neq y$ であることは A∩B が空集合であるための $\boxed{\text{キ}}$。

$x=y=1$ であることは A⊃C であるための $\boxed{\text{ク}}$。

「B＝C ならば $y=1$ かつ $x=4$ 」の $\boxed{\text{ケ}}$ は「B≠C ならば $x\neq1$ または $y\neq4$」である。

⓪　必要十分条件である　　　　　①　必要条件であるが十分条件ではない

②　十分条件であるが必要条件ではない　③　必要条件でも十分条件でもない

④　否定　　⑤　逆　　⑥　裏　　⑦　対偶

【３】

a，b を定数とし，2次関数 $y=x^2-4ax+b$ のグラフを C とする。

C は頂点の座標が（$\boxed{\text{コ}}\,a$，$\boxed{\text{サシ}}\,a^2+b$）の放物線である。C が点（2，16）を通るとき，

$b=\boxed{\text{ス}}\,a+\boxed{\text{セソ}}$

が成り立つ。

C が x 軸と接するとき，a の値は $\boxed{\text{タチ}}$ または $\boxed{\text{ツ}}$ である。

$a=\boxed{\text{ツ}}$ のときの放物線は，$a=\boxed{\text{タチ}}$ のときの放物線を x 軸方向に $\boxed{\text{テ}}$ だけ平行移動したものである。

第２問【必須問題】（得点　25 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ナ}}$ にあてはまる数字を記入しなさい。

鋭角三角形 ABC において，AB＝9，AC＝6，辺 BC を 1：2 に内分する点を D とする。2 点 C，D から辺 AB に下した垂線と辺 AB との交点をそれぞれ E，F とし，2 点 B，D から辺 AC に下した垂線と辺 AC との交点をそれぞれ G，H とする。∠BAC の大きさを A で表すとき，

⑴　△ACE および DF//CE より

$$\mathrm{CE}=\boxed{\text{ア}}\sin A,\quad \mathrm{DF}=\boxed{\text{イ}}\sin A$$

△ABG および DH//BG より

$$\mathrm{BG}=\boxed{\text{ウ}}\sin A,\quad \mathrm{DH}=\boxed{\text{エ}}\sin A$$

である。

⑵　さらに，BE＝7 であるとき，

$$\cos A=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}},\quad \sin A=\frac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

になる。

余弦定理より，BC＝$\boxed{\text{コ}}$

正弦定理より，△ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

また，

$$\triangle\mathrm{FDH}\text{ の面積は }\frac{\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

$$\mathrm{FH}=\frac{\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

【選択問題】　**第３問　第４問　第５問**　のいずれか 2 題を選択しなさい。

第３問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{ヌ}}$ にあてはまる数字を記入しなさい。

A，A，A，B，C，D，E，F の 8 文字をテーブルの上に無作為に並べる。3 つの A は区別ができないものとする。

⑴　左から横一列に並べるとき，並べ方の総数は $\boxed{\text{アイウエ}}$ 通りである。

また，

A が 3 個連続して並ぶ確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$

A が隣り合わない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$

したがって，A が 2 個だけ連続して 3 個は連続しない確率は，

$$\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$$

である。

A が隣り合っているという条件のもとで，それが3個連続である条件付き確率は，

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

⑵　正八角形の頂点に並べるとき，並べ方の総数は $\boxed{\text{チツテ}}$ 通りである。

ただし，回転して同じ並びになるものは区別しないものとする。

また，

A が 3 個連続して並ぶ確率は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$

A が隣り合わない確率は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$

である。

第４問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$〜$\boxed{\text{セ}}$ にあてはまる数字を記入しなさい。

⑴　756 を素因数分解すると $2^{\boxed{\text{ア}}} \times 3^{\boxed{\text{イ}}} \times \boxed{\text{ウ}}$ になるので，

756 の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

正の整数 N と 756 の最大公約数は 18 であり，N の正の約数の個数は 756 の正の約数の個数と同じ $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

このような N のうち最小のものは N＝$\boxed{\text{カキク}}$ である。

⑵　不定方程式

$$756x + 135y = 27$$

を満たす整数 x，y のうち，

x が正で最も小さいものは x＝$\boxed{\text{ケ}}$ であり，

y が正で最も小さいものは y＝$\boxed{\text{コサ}}$ である。

$0 < x < 100$ を満たす解は全部で $\boxed{\text{シス}}$ 組あり，

x，y ともに絶対値が 100 未満である解は全部で $\boxed{\text{セ}}$ 組ある。

第５問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$～$\boxed{\text{タ}}$ にあてはまる数字を記入しなさい。

$\angle A=60^\circ$の$\triangle ABC$がある。$\angle B$の二等分線と辺 AC の交点をE，$\angle C$の二等分線と辺 AB の交点を F とし，直線 BE と CF の交点を P とする。

このとき，点Pは$\triangle ABC$の $\boxed{\text{ア}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ の選択肢

⓪　重心　　①　内心　　②　外心　　③　垂心　　④　傍心

$\angle FPE=\boxed{\text{イウエ}}^\circ$になるので，四角形 AFPE は円に内接する。

円周角の定理より，$\angle PEF=\angle PFE=\boxed{\text{オカ}}^\circ$なので

$\triangle PEF$の3辺の比は $PF:PE:EF=1:\boxed{\text{キ}}:\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

また，$\triangle BFP\backsim\triangle\boxed{\text{ケ}}$ ……☆ になるので，

$\boxed{\text{ケ}}$ の選択肢

⓪　CPE　　①　CEP　　②　BEA　　③　BAE　　④　CAF　　⑤　CFA

$AF=5$，$AE=4$ のとき，余弦定理より $EF=\sqrt{21}$ になる。

$BF=x$，$BP=y$ とおくと，☆より

$$x:y+\sqrt{\boxed{\text{コ}}}=\sqrt{\boxed{\text{サ}}}:\boxed{\text{シ}}$$

$$y:x+\boxed{\text{ス}}=\sqrt{\boxed{\text{サ}}}:\boxed{\text{シ}}$$

これより，

$$x=\boxed{\text{セ}},\ y=\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。