試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

２０２３年度　佐久大学　一般選抜（前期）

『 数　学 』

（２０２３年 2月 6日　実施）

【 注 意 事 項 】

1. この試験問題の解答時間は５０分です。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはシャープペンシルで記入してください。
3. 試験監督者の指示に従って、この問題冊子の表紙と解答用紙の指定欄に受験番号と氏名を記入及びマークしてください。
4. メモ等には問題冊子の余白や裏面を利用してください。
5. 問題　$\boxed{3}$　$\boxed{4}$　$\boxed{5}$　は選択問題です。２題選択し、解答用紙へ選択した問題番号を記入・マークし解答して下さい。
6. 解答時間中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて試験監督者に知らせてください。
7. 問題を読む際、声を出したり、音を立てたりしてはいけません。
8. この問題冊子は持ち帰ってはいけません。

受験番号		氏 名	

第 1 問【必須問題】（得点　35 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ニ}}$ にあてはまる数字，記号を記入せよ。

【 1 】

実数 x，y は $x+y=\sqrt{5}$，$x-y=\sqrt{3}$ を満たしている。このとき，

$$x^2+y^2=\boxed{\text{ア}},\quad x^2-y^2=\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$$

$$x^4+y^4=\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。ここで，x，y，$\dfrac{1}{2}$ の大小関係は $\boxed{\text{キ}}$ なので，x^4 の一の位の数字は $\boxed{\text{ク}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{キ}}$ の選択肢

⓪　$x<y<\dfrac{1}{2}$　　①　$x<\dfrac{1}{2}<y$　　②　$y<x<\dfrac{1}{2}$

③　$y<\dfrac{1}{2}<x$　　④　$\dfrac{1}{2}<x<y$　　⑤　$\dfrac{1}{2}<y<x$

【２】

全体集合 $U=\{n \mid n$ は整数，$0 \leqq n \leqq 60\}$ とする。U の部分集合 A，B，C を

$A=\{5n+2 \mid n$ は整数，$0 \leqq n \leqq 10\}$

$B=\{3n \mid n$ は整数，$0 \leqq n \leqq 10\}$

$C=\{6n \mid n$ は整数，$0 \leqq n \leqq 5\}$

とする。

(1)　A の要素の個数は $\boxed{\text{ケコ}}$ 個である。

$A \cup B$ の要素の個数は $\boxed{\text{サシ}}$ 個である。

$\overline{A} \cup \overline{B}$ の要素の個数は $\boxed{\text{スセ}}$ 個である。

(2)　命題「$x \in A$　ならば　$x \in B$」の対偶は「$\boxed{\text{ソ}}$」である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の選択肢

⓪　$x \in A$　ならば　$x \notin B$　　①　$x \notin A$　ならば　$x \in B$　　②　$x \notin A$　ならば　$x \notin B$

③　$x \in B$　ならば　$x \notin A$　　④　$x \notin B$　ならば　$x \in A$　　⑤　$x \notin B$　ならば　$x \notin A$

(3)　「$x \in B$」であることは「$x \in C$」であるための $\boxed{\text{タ}}$。

$\boxed{\text{タ}}$ の選択肢

⓪　必要十分条件である　　①　必要条件であるが十分条件ではない

②　十分条件であるが必要条件ではない　　③　必要条件でも十分条件でもない

【３】

a を定数とし，2 次関数 $y=x^2-8x+a$ のグラフを C とする。

⑴　グラフ C が x 軸に接するとき，$a=$ $\boxed{\text{チツ}}$ である。

⑵　$a=9$ のとき，2 次関数の定義域を $0 \leqq x \leqq k$ とする。

$4<k<8$ のとき，y の最大値は $\boxed{\text{テ}}$，最小値は $\boxed{\text{ト}}$ である。

$8<k$ のとき，y の最大値は $\boxed{\text{ナ}}$，最小値は $\boxed{\text{ニ}}$ である。

$\boxed{\text{テ}}$ ～ $\boxed{\text{ニ}}$ の選択肢

⓪　-9	①　-7	②　-4
③　0	④　4	⑤　9
⑥　16	⑦　k^2	⑧　k^2-8k
⑨　k^2-8k+9		

第２問【必須問題】（得点　25 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ツ}}$ にあてはまる数字を記入せよ。

円に内接する四角形 ABCD において，AB＝3，BC＝7，CD＝5，DA＝7，∠ADC＝θ とする。

(1)　△ADC において，余弦定理より

$$AC^2=74-70\cos\theta$$

△ABC において，余弦定理より

$$AC^2=\boxed{\text{アイ}}+\boxed{\text{ウエ}}\cos\theta$$

したがって，$\cos\theta=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$，AC＝$\boxed{\text{キ}}$ である。

また，

円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}$

四角形 ABCD の面積は $\boxed{\text{コサ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$

である。

(2)　円の中心を O，AC の中点を M，AC と BD との交点を P とする。

AP＝$\boxed{\text{ス}}$

だから，

PM＝$\boxed{\text{セ}}$

である。また，OM＝$\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}$ より

OP＝$\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}$

である。

【選択問題】　**第３問　第４問　第５問**のいずれか 2 題を選択せよ。

第３問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ト}}$ にあてはまる数字を記入せよ。

1～6 の目が等確率で出るサイコロを振り，出た目の積を考える。例えば，サイコロを 4 回振って，順に 5，1，2，1 と出た場合，　積は 5×1×2×1＝10 となる。

⑴　サイコロを 3 回振るとき，積が 1，2，4，奇数，偶数になる場合の数はそれぞれ

積が 1 …… $\boxed{\text{ア}}$ 通り

積が 2 …… $\boxed{\text{イ}}$ 通り

積が 4 …… $\boxed{\text{ウ}}$ 通り

積が奇数 …… $\boxed{\text{エオ}}$ 通り

積が偶数 …… $\boxed{\text{カキク}}$ 通り

⑵　サイコロを 4 回振るとき，

積が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$

積が 4 になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソタ}}}$

積が 4 の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$

である。

第４問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ト}}$ にあてはまる数字を記入せよ。

⑴　360 を素因数分解すると $2^{\boxed{\text{ア}}}\times 3^{\boxed{\text{イ}}}\times\boxed{\text{ウ}}$ になるので,

360 の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個であり，その約数の総和は $\boxed{\text{カキクケ}}$ である。

$360n=a^3$ になるような正の整数 n と a について, n のうち最も小さいものは $\boxed{\text{コサ}}$ であり，そのとき $a=\boxed{\text{シス}}$ である。

⑵　不定方程式

$$105x-360y=15$$

を満たす整数 x，y のうち,

x が正で最も小さいとき $x=\boxed{\text{セ}}$ であり,

x が 100 に最も近いとき $x=\boxed{\text{ソタチ}}$ である。

$0<x-y<100$ を満たす解は全部で $\boxed{\text{ツ}}$ 組あり,

$0<|\,x+y\,|<200$ を満たす解は全部で $\boxed{\text{テト}}$ 組ある。

第５問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまる数字，記号を記入せよ。

鋭角三角形 ABC の頂点 B から辺 AC に垂線 BK を，頂点 C から辺 AB に垂線 CL をそれぞれ引き，BK と CL との交点を P とする。また，直線 AP と辺 BC の交点を H とする。

このとき，点 P は△ABC の $\boxed{\text{ア}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ の選択肢

⓪　重心　　①　内心　　②　外心

③　垂心　　④　傍心

$\angle \mathrm{BLC} = \angle \mathrm{CKB} = \boxed{\text{イウ}}^\circ$ なので，4 点 L，B，C，K は同一円周上にあり，その円の直径は $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\boxed{\text{エ}}$ の選択肢

⓪　LB　　①　BC　　②　CK

③　KL　　④　BK　　⑤　CL

また，△KAP と相似な三角形は $\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ である（記号の小さい順に答えなさい）。

$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ の選択肢

⓪　△ALP　　①　△AHC　　②　△AHB

③　△KBC　　④　△LCB　　⑤　△KLC

以下，$\cos\angle \mathrm{BAC} = \dfrac{1}{3}$，AB＝12，AC＝9 とする。

$$\mathrm{AL} = \boxed{\text{キ}},\ \mathrm{AK} = \boxed{\text{ク}}$$

である。また，チェバの定理より

$$\mathrm{BH} : \mathrm{HC} = \boxed{\text{ケコ}} : 5$$

である。さらに，メネラウスの定理より

$$\mathrm{AP} : \mathrm{PH} = \boxed{\text{サシ}} : 15$$

である。